Université Bordeaux 1
Master d'Informatique 1, 2011/2012

LOGIQUE

Quelques théories du premier ordre

EG (Théorie de l' égalité)
REF : $\forall x \;\; x = x$
SYM : $\forall x, y \;\; (x = y \rightarrow y = x)$
TRANS : $\forall x, y, z \;\; (x = y \wedge y = z) \rightarrow x = z)$
COMPF : $\forall \vec{x}, \vec{y} \;\; (\vec{x} = \vec{y} \rightarrow f(\vec{x}) = f(\vec{y}))$
COMPR : $\forall \vec{x}, \vec{y} \;\; (\vec{x} = \vec{y} \rightarrow R(\vec{x}) \rightarrow R(\vec{y}))$

P0 (Arithmétique élémentaire)
Tous les axiomes de EG ;
A1 : $\forall x \;\; \neg S(x) = 0$
A2 : $\forall x \;\; (x = 0 \vee \exists y, x = S(y)$
A3 : $\forall x, y \;\; (S(x) = S(y) \rightarrow x = y)$
A4 : $\forall x \;\; (x + 0 = x)$
A5 : $\forall x, y \;\; (x + S(y) = S(x + y))$
A6 : $\forall x \;\; (x \times 0 = 0)$
A7 : $\forall x, y \;\; (x \times S(y) = x \times y + x)$

PA (Arithmétique de Péano)
Tous les axiomes de P_0 ;
REC_Φ : $(\Phi(0) \wedge (\forall x(\Phi(x) \rightarrow \Phi(S(x)))) \rightarrow \forall x \Phi(x)$
pour toutes les formules $\Phi(x)$;

MO (Théorie des monoïdes)
Tous les axiomes de EG ;
ASS : $\forall x, y, z \;\; x * (y * z) = (x * y) * z$
NE : $\forall x \;\; (x * e = x \;\; \wedge \;\; e * x = x)$

GR (Théorie des groupes)
Tous les axiomes de MO ;
INV : $\forall x \;\; (x * I(x) = e \;\; \wedge \;\; I(x) * x = e)$