

Algorithmique et structure de données

Filière Electronique, TD 6

Retour sur les exercices non faits du TD5

Un algorithme glouton pour la mise en boîte

On considère le problème suivant que l'on rencontre classiquement pour le transport de marchandises dans des conteneurs :

On a n objets de poids, p_0, p_1, \dots, p_{n-1} que l'on veut placer dans un nombre minimum de boîtes sachant que chaque boîte peut contenir au plus un poids p_{max} donné.

L'algorithme glouton consiste à considérer les objets chacun à leur tour dans un ordre quelconque. On commence par ouvrir une boîte ; ensuite pour chacun des objets on tente de l'ajouter dans l'une des boîtes ouvertes sans dépasser la capacité maximale de celle-ci ; si aucune des boites ne peut le contenir on ouvre une nouvelle boîte et on l'ajoute dans cette boîte.

Question 1. Quel est le nombre de boîtes ouvertes donné par l'algorithme glouton pour des objets dont les poids sont 8, 5, 3, 7, 3 et lorsque la capacité de chaque boîte est de 10 (c'est à dire $p_{max} = 10$).

Question 2. Modifier l'ordre dans lequel on considère les objets précédents de façon telle que l'algorithme glouton donne 4 boîtes (alors que comme on l'a vu, on peut faire avec 3).

Question 3. Ecrire en détail l'algorithme glouton.

Question 4. On modifie l'algorithme glouton en triant d'abord les objets par poids décroissants puis en appliquant l'algorithme tel qu'il est décrit ci-dessus. Donner un nouvel exemple où cette deuxième version donne 4 boîtes alors que l'on peut faire avec 3.

Question 5. Démontrer que dans le cas où tous les objets ont un poids strictement supérieur à $p_{max}/3$ cette deuxième version de l'algorithme glouton donne l'optimum ; on partagera les objets en trois parties, ceux dont le poids est supérieur ou égal à $2p_{max}/3$, ceux dont le poids est supérieur à $p_{max}/2$ et inférieur à $2p_{max}/3$, enfin les autres.

Question 6. Donner un exemple où tous les objets ont un poids strictement supérieur à $p_{max}/3$ et tel que la première version de l'algorithme glouton ne donne pas l'optimum.